الباب الثالث: مستويات الاسقاط الرئيسية (لوحة المستويات)

٣-١ مقدمة

٣-٢ مساقط النقطة والقطعة المستقيمة والأسطح المستوية

٣-٣ مساقط الأجسام الهندسية البسيطة

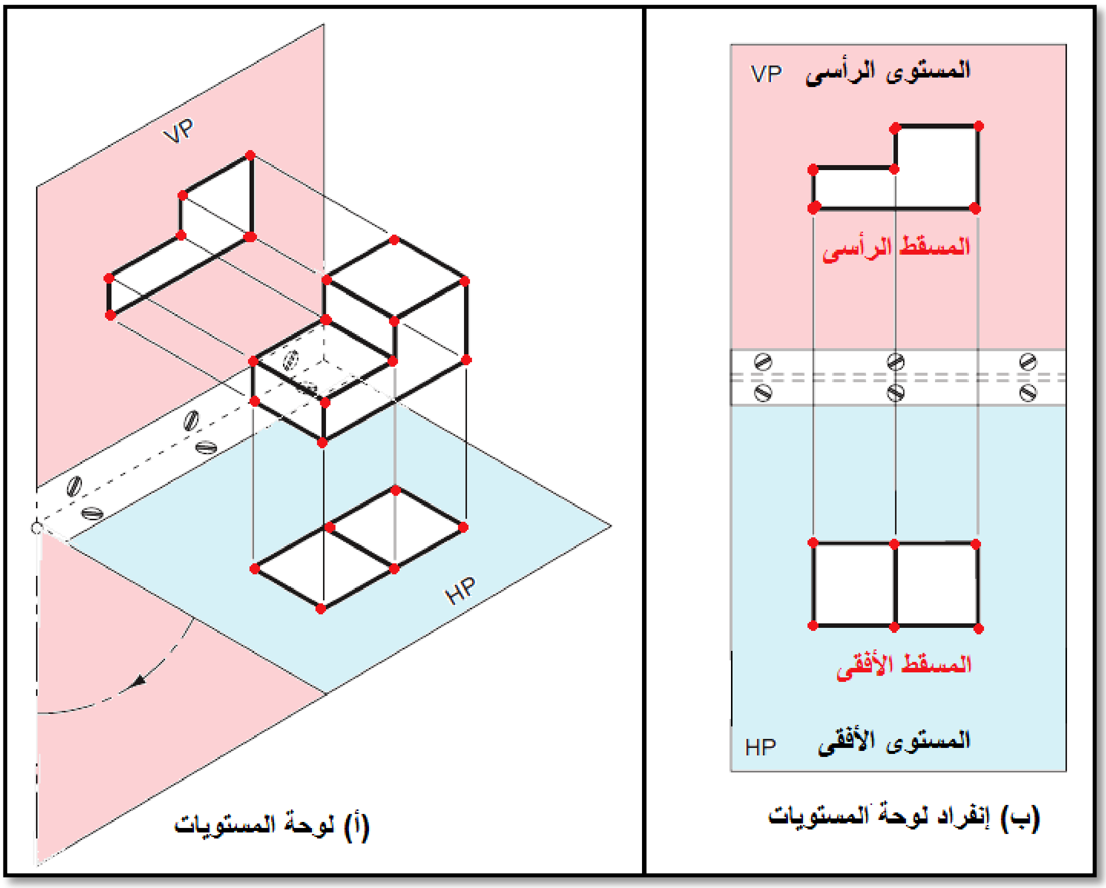
الباب الثالث : مستويات الإسقاط الرئيسية (لوحة المستويات)

٣-١: مقـدمـة

من خلال دراستنا لهذا الباب سوف نتعرف على لوحة المستويات ، وطريقة الاسقاط العمودى واستنتاج المساقط الثلاثة للنقطة الهندسية ، والقطعة المستقيمة ، والسطوح الهندسية ، والمجسمات الهندسية البسيطة .

مفهوم الاسقاط العمودى :

تقوم عملية الأسقاط العمودي علي مبدأ هندسي يعرف بــ " **الإنتقال** " ويتمثل هذا المبدأ فى إنتقال النقط الهندسية التي تتكون منها سطوح المجسم الهندسي في إتجاه عمودى على مستوي الإسقاط وعند توصيل هذه النقط مع بعضها نحصل على مسقط المجسم على مستوى الإسقاط المحدد . ويوضح شكل (٣- ١- أ) لوحة المستويات ، كما يوضح شكل (٣- ١- ب) إنفراد لوحة المستويات للمستويين الرأسى والجانبى .



شكل (٣-١) يوضح : لوحة المستويات وإنفراد لوحة

تعريف لوحة المستويات :

لوحة المستويات عبارة ثلاثة مستويات متعامدة على بعضها البعض كما بشكل(٣-٢) وهى تتكون من المستويات التالية :

١- المستوى الأفقى :

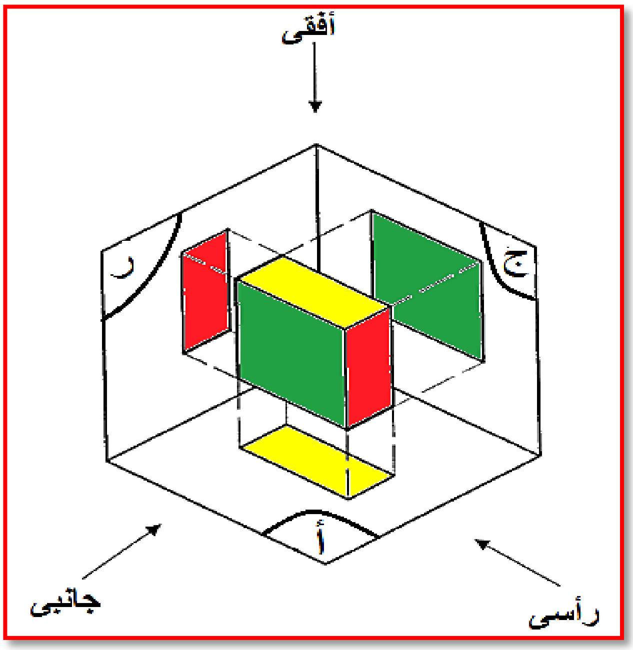
وهو مستوى يوازى سطح الماء الساكن .

٢- المستوى الرأسى :

هو المستوى العمودى على المستوى الأفقى .

٣- المستوى الجانبى :

هو المستوى العمودى على كل من المستويين الرأسى والأفقى .

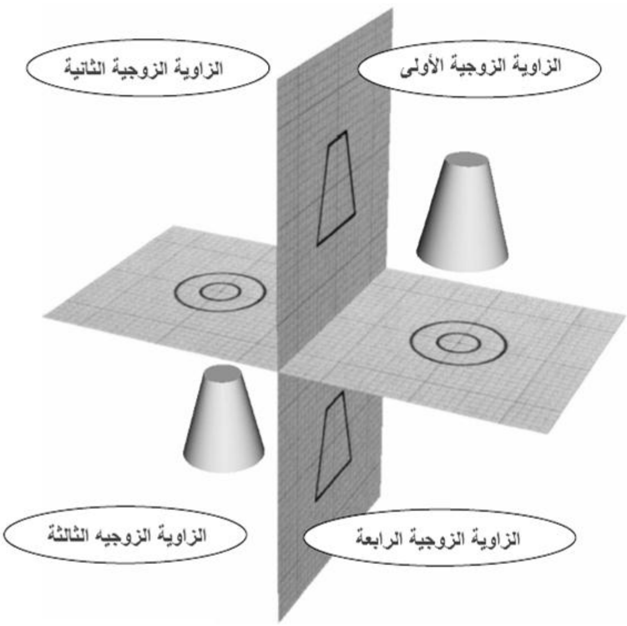


شكل (٣-٢) يوضح : لوحة المستويات

☒ إنفراد لوحة المستويات:

هوعبارة دوران المستوى الجانبى حول حافته الرأسية المشتركة مع المستوى الرأسى بزاوية ٩٠° ، وكذلك دوران المستوى الأفقى بزاوية ٩٠°حول محوره المشترك مع المستوى الرأسى حتى تصبح مستويات الإسقاط الثلاثة استقامة واحدة وهو ما يعرف بإنفراد لوحة المستويات.

وعند الإسقاط العمودي لأي مجسم يتم وضعه في فراغ الزاوية الزوجية المحددة ، علماً بأن الفراغ الإسقاطي مقسم إلي أربعة أقسام فراغية ، يسمي الربع الأول بالزاوية الزوجية الأولي، والثاني بالزاوية الزوجية الثانية ، والثالث بالزاوية الزوجية الثالثة ، والرابع بالزاوية الزوجيةالرابعة،وسوف نستخدم فى دراستنا الزاوية الزوجية الأولى الموضحة بشكل (٣ - ٣).



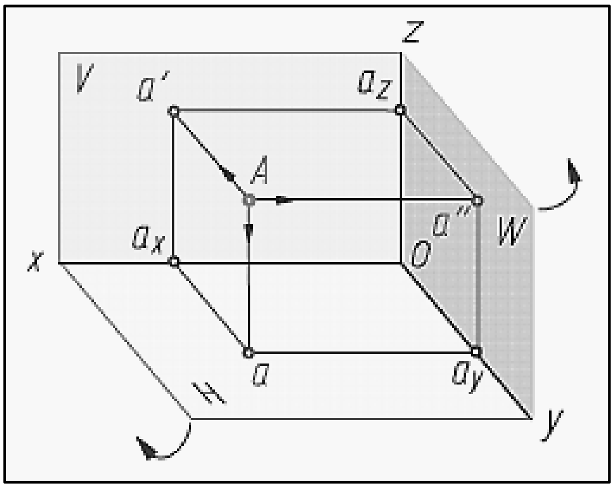
شكل (٣-٣) يوضح : لوحة المستويات

٣-٢ : مساقط النقطة الهندسية والقطعة المستقيمة والأسطح المستوية :

أولاً : مساقط النقطة الهندسية

يتم تمثيل النقطة فى الفراغ من خلال المحاور X,Y,Z المتعامدة على بعضها فى نقطة O نقطة الأصل كما بشكل (٣-٤) ، حيث :

- يتكون المستوى الأفقى (H) من المحوران (X ,Y) .
- يتكون المستوى الرأسى (V) من المحوران (X , Z) .
- يتكون المستوى الجانبى (W) من المحوران (Z ,Y) .



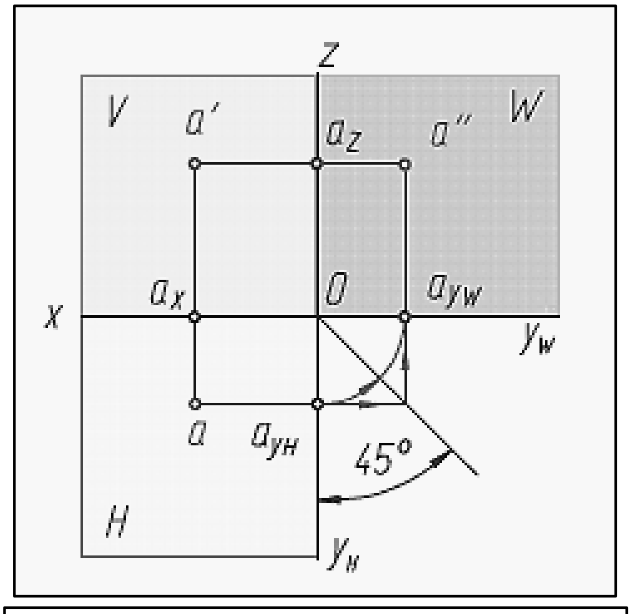
شكل (٣-٤) : الشكل الفراغى للنقطة (A) ومساقطها على لوحة المستويات

وبذلك يتم تمثيل النقطة الهندسية فى الفراغ بثلاث احداثيات (x ,y ,z) كما بشكل (٣-٥) ، حيث :

X = بعد النقطة عن المستوى الجانبى

y = بعد النقطة عن المستوى الرأسى

z = بعد النقطة عن المستوى الأفقى



شكل (٣-٥) : المساقط الثلاثة للنقطة (A)

☒ مساقط النقطة :

يوضح شكل (٣-٣) مساقط النقطة (A) كالتالى :

١- المسقط الرأسى :

وهو عبارة عن النقطة (a′) واحداثيها **(a_x , a_z)** .

٢- المسقط الجانبى :

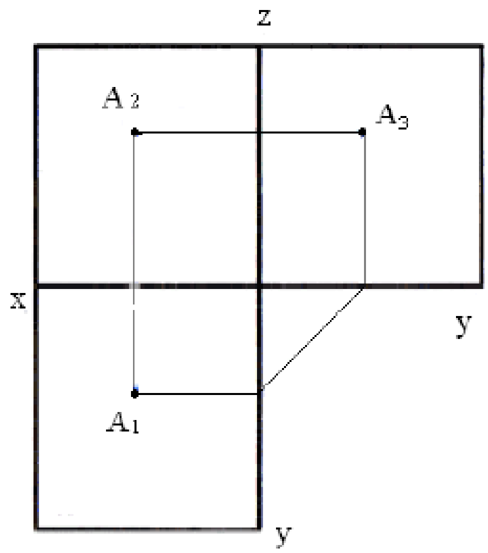
هوعبارة عن النقطة (a″) واحداثيها (a_z , a_y) .

٣- المسقط الأفقى :

وهوعبارة عن النقطة (a) واحداثيها (a_x , a_y) .

<u>مثال (١) :</u>

يوضح المساقط الثلاثة للنقطة (A) الموضوعة فى فراغ لوحة المستويات بحيث تبعد عن المستوى الرأسى ٢٠ مم ، وعن المستوى الجانبى ٣٠ مم ، وعن المستوى الأفقى ٤٠ مم .



شكل (٣-٦) يوضح : المساقط الثلاثة للنقطة (A)

<u>ثانياً : القطعة المستقيمة</u>

القطعة المستقيمة هى الطول الواصل بين أى نقطتين وليس لها سمك أو ارتفاع .

☒ **المساقط الثلاثة للقطعة المستقيمة:**

يتم تمثيل مساقط القطعة المستقيمة بثلاث مساقط بمعلومية إحداثيات نقطتى البداية والنهاية لها .

أ- **المساقط الثلاثة للقطعة المستقيمة العمودية :**

تكون عبارة عن نقطة فى المستوى العمودية عليه وقطعتين مستقيمتين بالمستويين الأخرين .

ب- **المساقط الثلاثة للقطعة المستقيمة المائلة على مستويين :**

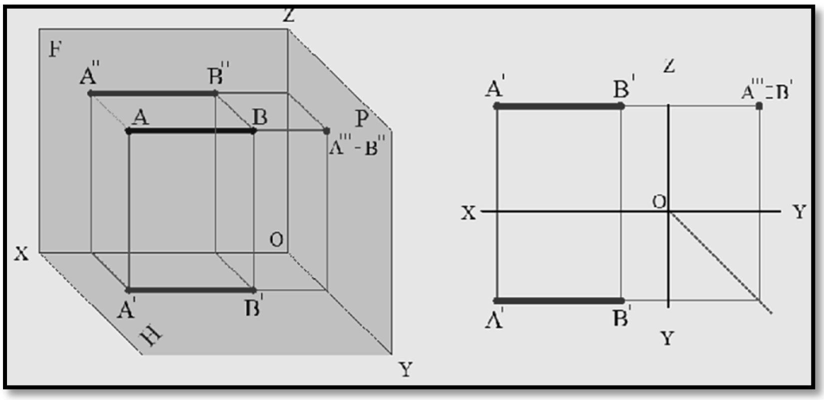
تكون عبارة عن قطعة مستقيمة بطول حقيقى فى المستوى التى توازيه وقطعتين مستقيمتن بطول غير حقيقى فى المستويين الأخرين .

ج- **المساقط الثلاثة للقطعة المستقيمة المائلة على المستويات الثلاثة :**

تكون عبارة عن ثلاث قطع مستقيمة بطول غير حقيقى فى المستويات الثلاثة : المستوى الرأسى والمستوى الجانبى والمستوى الأفقى .

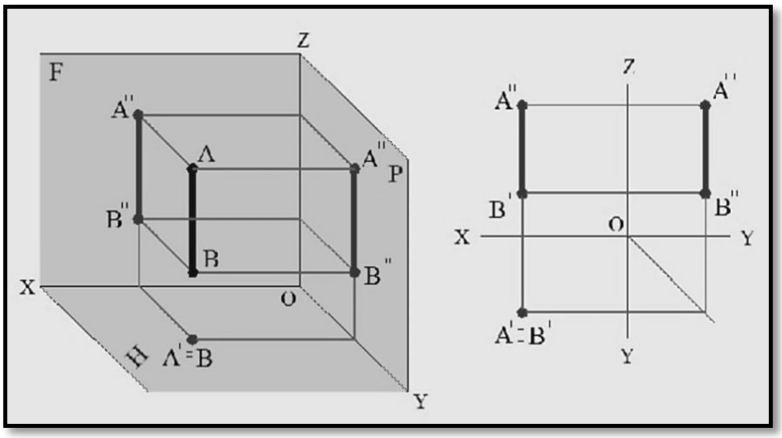
☒ <u>الأشكال التالية توضح أوضاع القطعة المستقيمة فى فراغ لوحة المستويات والمساقط الثلاثة لكل حالة:</u>

١- يوضح شكل (٣ – ٧) المساقط الثلاثة لقطعة مستقيمة داخل فراغ لوحة المستويات عمودية على الجانبى وتوازى المستويين الرأسى والأفقى .



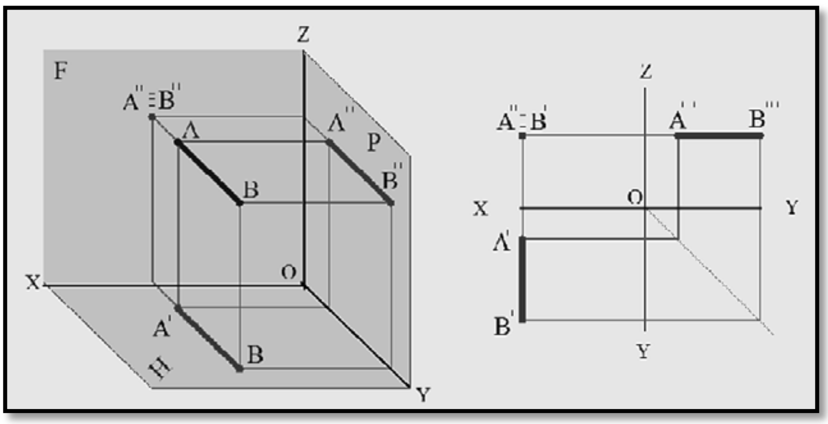
شكل (٣-٧)

٢- يوضح شكل(٣- ٨) المساقط الثلاثة لقطعة مستقيمة داخل فراغ لوحة المستويات عمودية على المستوى الأفقى.



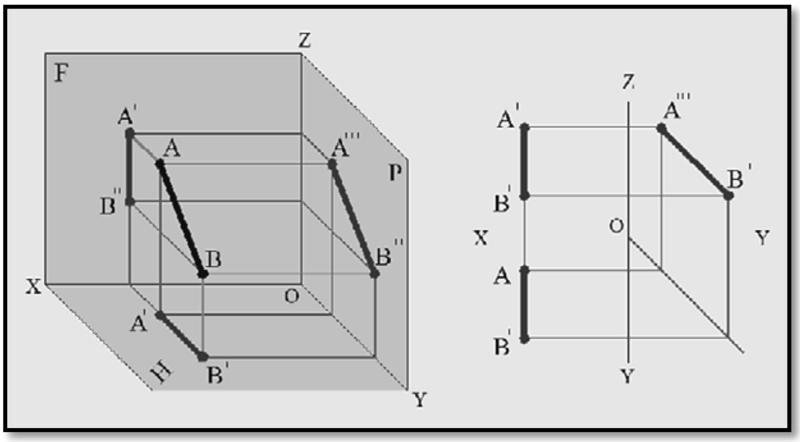
شكل (٣-٨)

٣- يوضح شكل(٣-٩) المساقط الثلاثة لقطعة مستقيمة داخل فراغ لوحة المستويات عمودية على المستوى الرأسى.



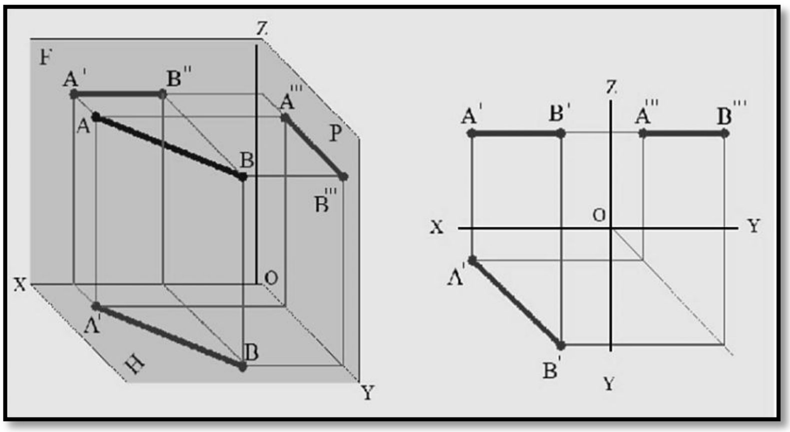
شكل (٣-٩)

٤- يوضح شكل (٣ - ١٠) المساقط الثلاثة لقطعة مستقيمة داخل فراغ لوحة المستويات توازى المستوى الجانبى وتميل على المستويين الرأسى والأفقى .



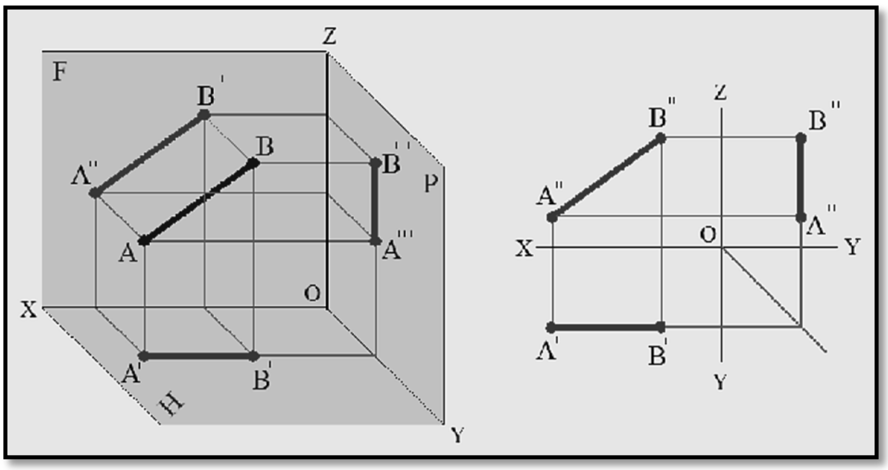
شكل (٣-١٠)

٥- يوضح شكل (٣- ١١) المساقط الثلاثة لقطعة مستقيمة داخل فراغ لوحة المستويات توازى المستوى الأفقى وتميل على المستويين الرأسى والجانبى .



شكل (٣-١١)

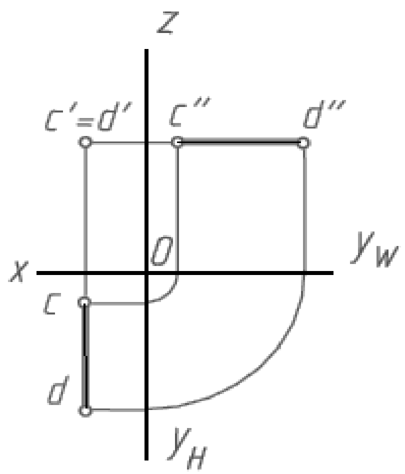
٦- يوضح شكل (٣ - ١٢) المساقط الثلاثة لقطعة مستقيمة داخل فراغ لوحة المستويات توازى المستوى الرأسى وتميل على المستويين الجانبى والأفقى .



شكل (٣-١٢)

مثال (٢) :

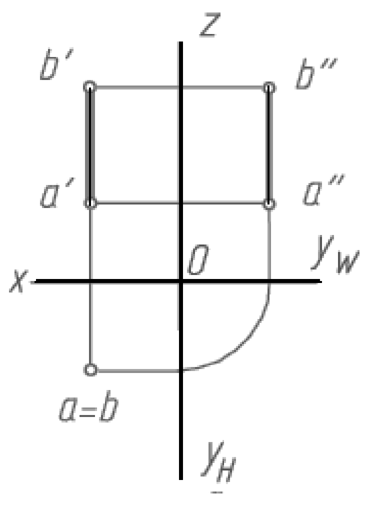
يوضح المساقط الثلاثة للقطعة المستقيمة (cd)التى طولها ٤٠ مم عمودية على المستوى الرأسى وتبعد عنه ١٠مم وتبعد عن المستوى الجانبى ٢٠مم وعن المستوى الأفقى ٥٠ مم .



شكل (٣-١٣) يوضح المساقط الثلاثة للقطعة المستقيمة cd

مثال (٣) :

يوضح المساقط الثلاثة للقطعة المستقيمة ab التى طولها ٥٠ مم عمودية على المستوى الأفقى وتبعد عنه ٢٠ مم وتبعد عن المستويين الرأسى والجانبى ٢٥ مم ، علماً بأن نقطة (a) هى القريبة من المستوى الأفقى .

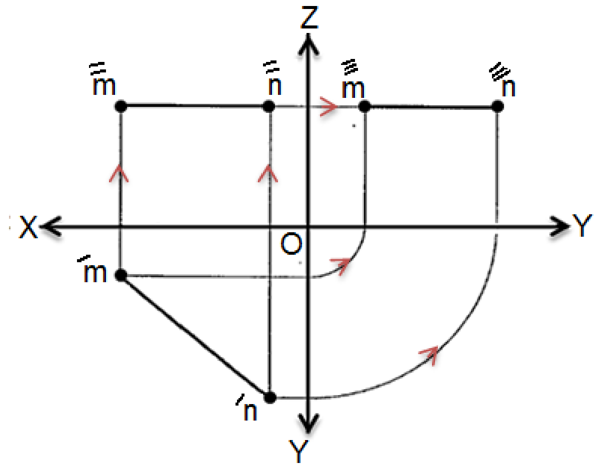


شكل (٣-١٤) : المساقط الثلاثة للقطعة المستقيمة (ab)

مثال (٤) :

يوضح المساقط الثلاثة للقطعة المستقيمة (m n) الموضح إحداثياتها بالجدول التالى :

احداثيات نقطتى البداية والنهاية	n	m
البعد عن المستوى الرأسى	٥٠	١٥
البعد عن المستوى الجانبى	١٠	٦٠
البعد عن المستوى الأفقى	٤٠	٤٠



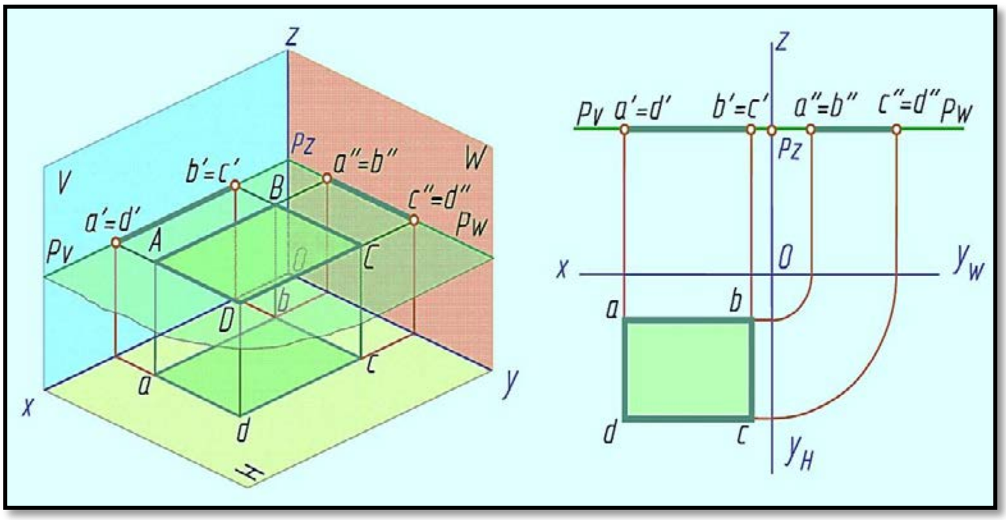
شكل (٣-١٥) : المساقط الثلاثة للقطعة المستقيمة (m n)

ثالثاً : مساقط السطح

السطح الهندسى هو المساحة المحصورة داخل أى شكل هندسى مغلق كالدائرة أو المربع أو أى شكل آخر .

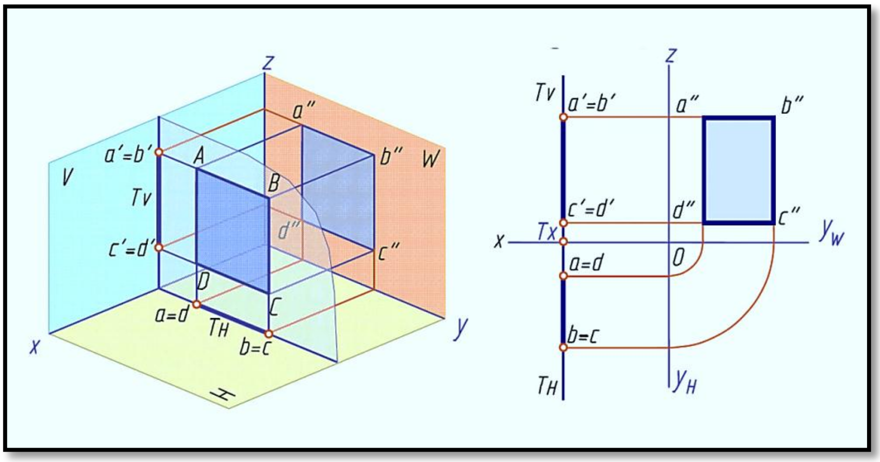
☒ **والأشكال التالية توضح الوضع الفراغى للسطح داخل لوحة المستويات والمساقط الثلاثة لكل حالة :**

١- المساقط الثلاثة لسطح موضوع داخل فراغ لوحة المستويات يوازى المستوى الأفقى وعمودى على المستويين الرأسى والجانبي كما بشكل (٣- ١٦) :



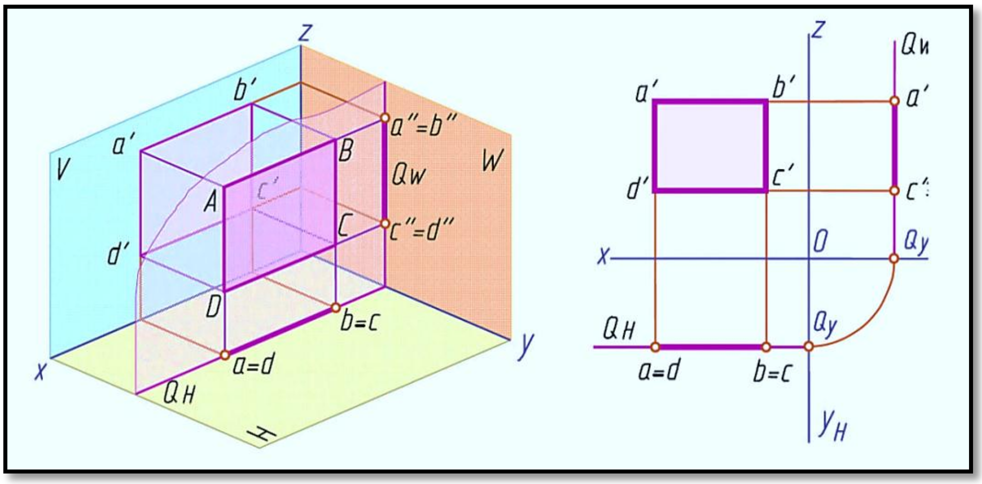
شكل (٣-١٦)

٢- المساقط الثلاثة لسطح موضوع داخل فراغ لوحة المستويات يوازى الجانبى وعمودى على المستويين الرأسى والأفقى كما بشكل (٣-١٧):



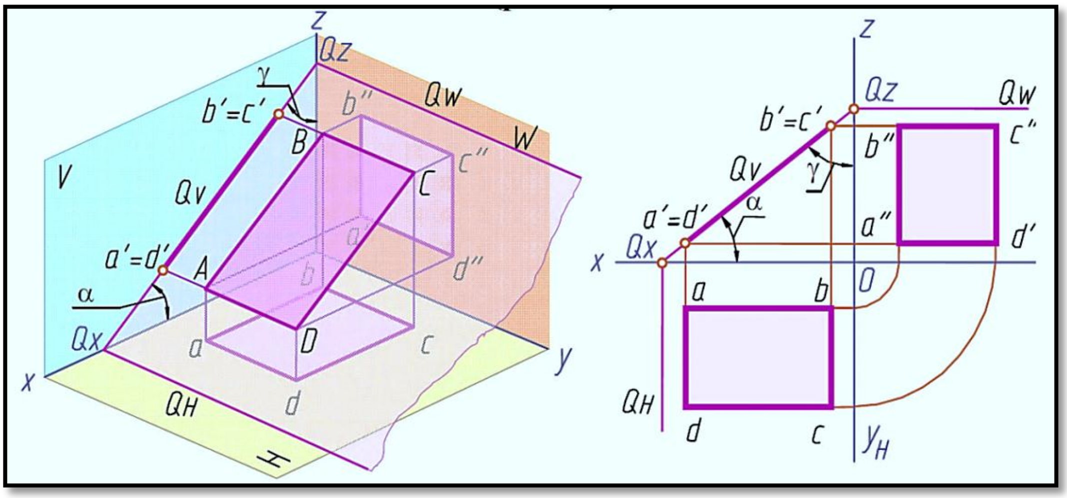
شكل (٣-١٧)

٣- المساقط الثلاثة لسطح داخل فراغ لوحة المستويات يوازى الرأسى وعمودى على الجانبى والأفقى- شكل (٣- ١٨):



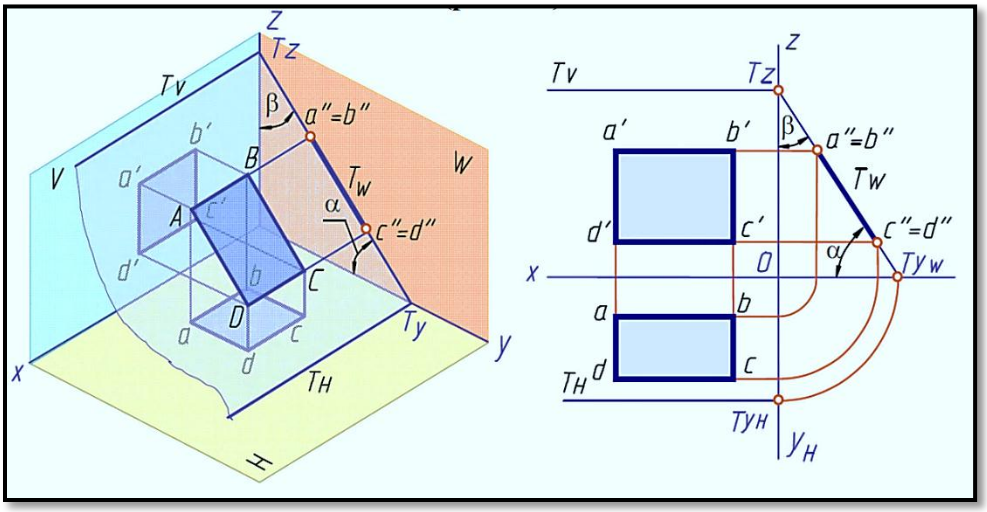
شكل (٣-١٨)

٤- المساقط الثلاثة لسطح داخل فراغ لوحة المستويات عمودى على الرأسى ومائل على الجانبى والأفقى - شكل (٣- ١٩):



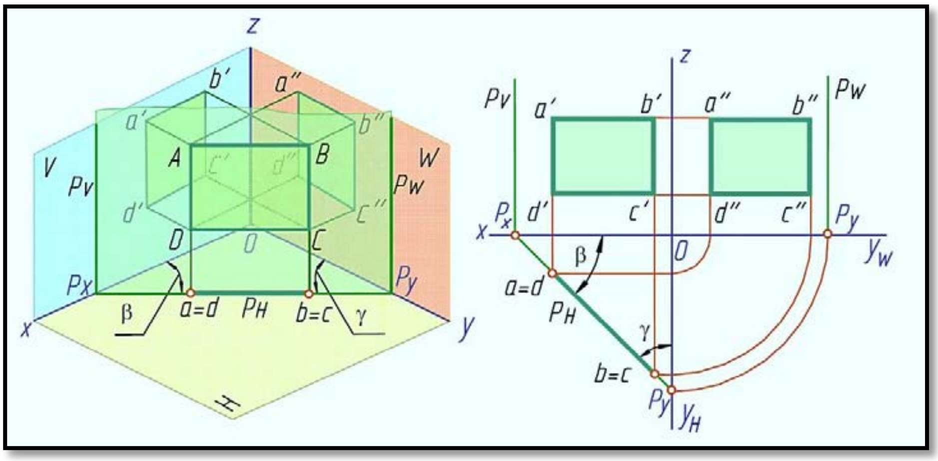
شكل (٣-١٩)

٥- المساقط الثلاثة لسطح داخل فراغ لوحة المستويات عمودى على الجانبى ومائل على الرأسى والأفقى كما بشكل (٣- ٢٠) :



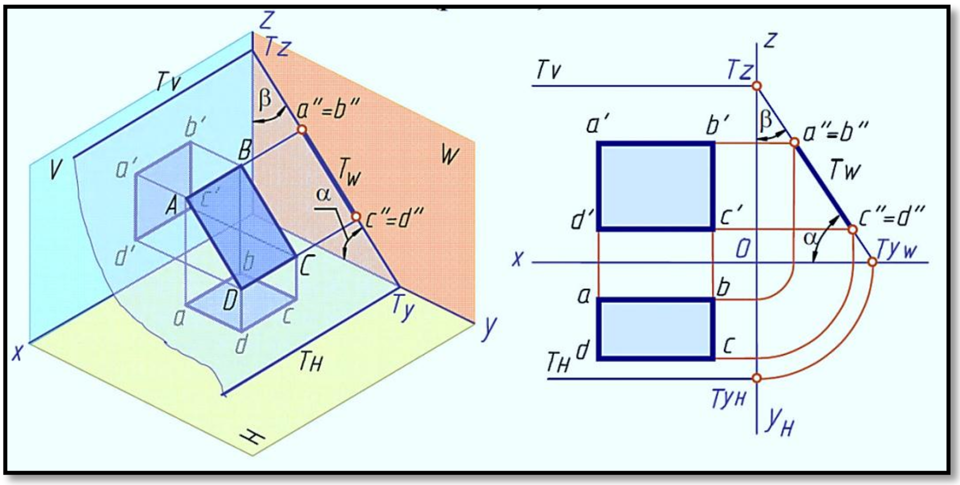
شكل (٣-٢٠)

٥- المساقط الثلاثة لسطح داخل فراغ لوحة المستويات عمودى على الأفقى ومائل على الرأسى والجانبى كما بشكل (٣-٢١):



شكل (٣-٢١)

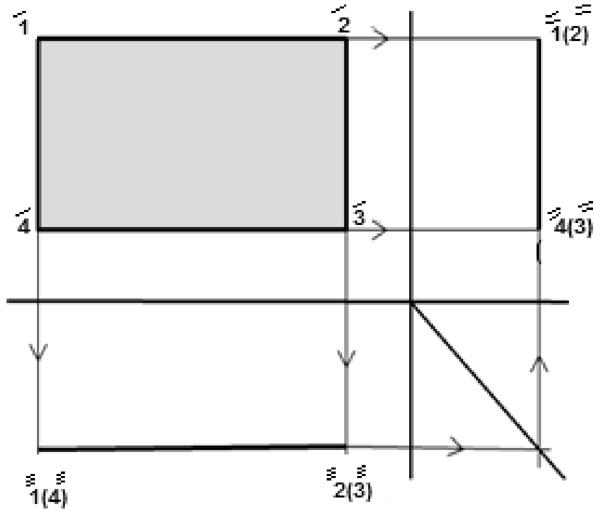
٦- المساقط الثلاثة لسطح داخل فراغ لوحة المستويات عمودى على الجانبى ومائل على الرأسى والأفقى كما بشكل (٣- ٢٢) :



شكل (٣-٢٢)

مثال(٥) :

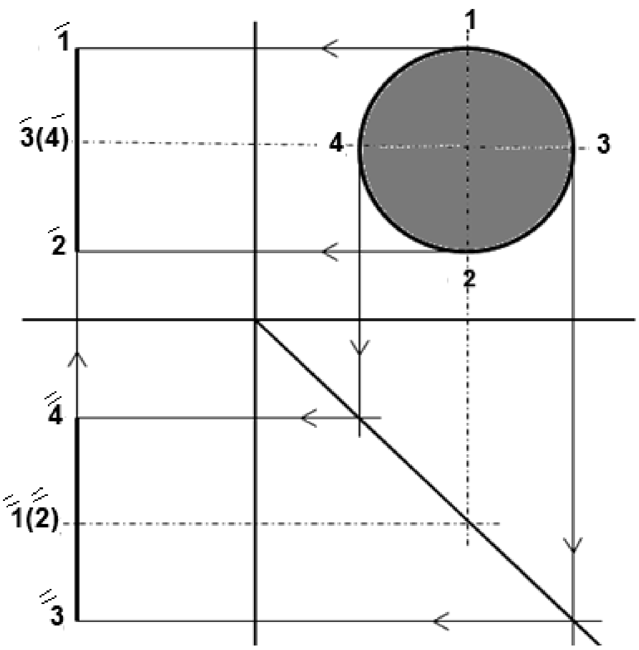
يوضح المساقط الثلاثة لسطح على شكل مستطيل طوله ٥٠ مم وعرضه ٣٠مم موضوع فى الفراغ بحيث يوازى المستوى الرأسى ويبعد عنه ٢٠ مم وطوله يوازى المستوى الأفقى ويبعد عنه ١٥مم وعرضه يبعد عن المستوى الجانبي ١٥ مم .



شكل (٣-٢٣) : المساقط الثلاثة لسطح المستطيل

مثال (٦) :

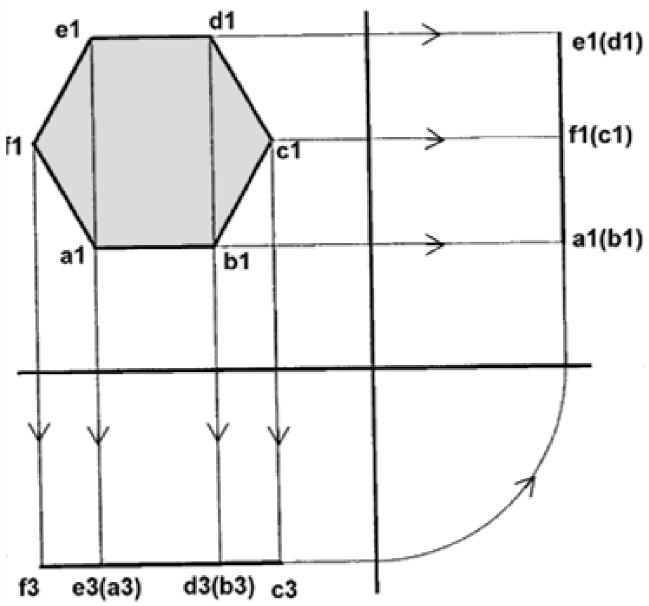
يوضح المساقط الثلاثة لسطح دائرة قطرها ٣٠مم يوازى المستوى الجانبى ويبعد عنه ٢٥مم ومركزالدائرة يبعد ٣٠ مم ، ٤٠مم عن المستويين الرأسى الأفقى على الترتيب .

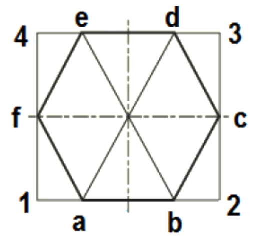


شكل (٣-٢٤) : المساقط الثلاثة لسطح دائرة يوازى المستوى

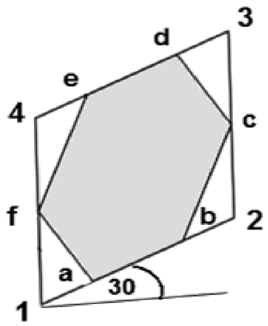
مثال (٧) :

يوضح المساقط الثلاثة لسطح مسدس طول ضلعه ٢٠مم يوازى المستوى الرأسى ويبعد عنه ٢٠مم وأحد أضلاعه يوازى المستوى الأفقى ويبعد عنه ٢٥مم وأقرب نقطة من المسدس تبعد عن المستوى الجانبى ١٥ مم ثم ارسم المنظور الهندسى لهذا السطح .





مسقط مساعد

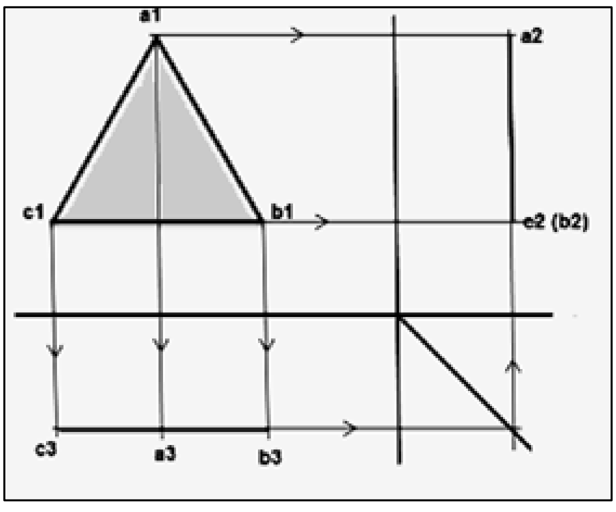


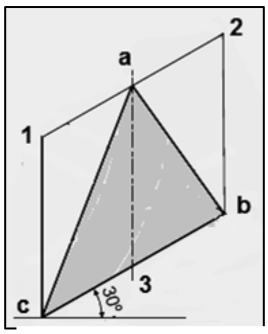
المنظور الهندسى

شكل (٣-٢٥) : المساقط الثلاثة لسطح مسدس يوازى المستوى

مثال (٨) :

ارسم المساقط الثلاثة لسطح المثلث (a b c) المتساوى الأضلاع الذى طول ضلعه ٥٠ مم وسطحة يوازى المستوى الرأسى ويبعد عنه ١٥مم وضلعه (c b) يوازى المستوى الأفقى ويبعد عنه ١٥ مم وأقرب رأس منه للمستوى الجانبى نقطة (b) التى تبعد عن المستوى الجانبى ٢٠ مم - ثم ارسم المنظور الهندسى ٣٠° .





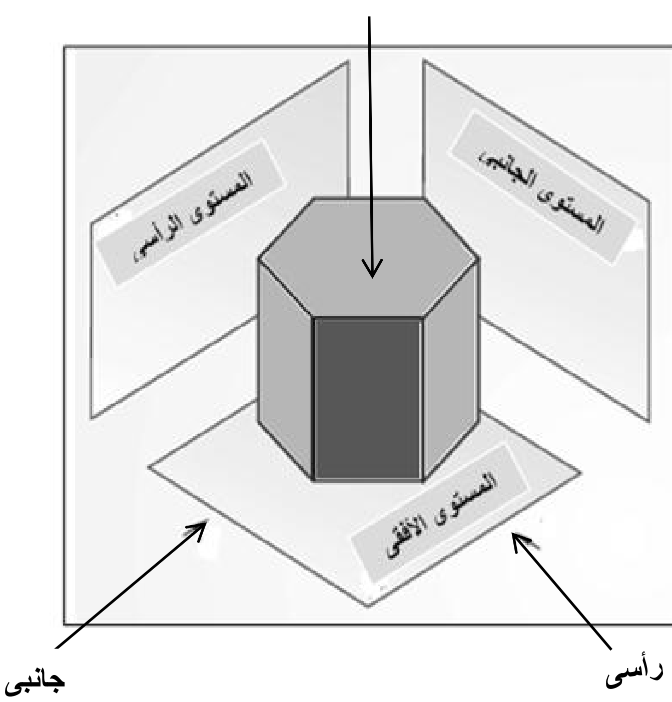
المنظور الهندسى

شكل (٣-٢٦) : المساقط الثلاثة لسطح مثلث يوازى المستوى

٣-٣: مساقط الأجسام الهندسية البسيطة

تعريف المجسم الهندسي : المجسم الهندسى هوعبارة عن : " رسم ثلاثى البعد (3D) محاط من جميع نهاياته بسطوح منتظمة تتقاطع معاً فى خطوط تسمى الأحرف وتتقابل الأحرف معاً فى نقاط تسمى رؤوس المجسم الهندسى ".

ولإستنتاج المساقط الثلاثة لأى مجسم يتم وضعه فى فراغ لوحة المستويات على أبعاد محددة من نقطة الأصل ثم يتم النظر إليه فى إتجاه المستوى الرأسى ورسم شكل السطوح التى توازى المستوى الرأسى ، ثم النظر فى الإتجاه الجانى والإتجاه الأفقى ورسم المسقطين الجانبى والأفقى ، وذلك كما بشكل (٣-٢٧) .



شكل (٣-٢٧)

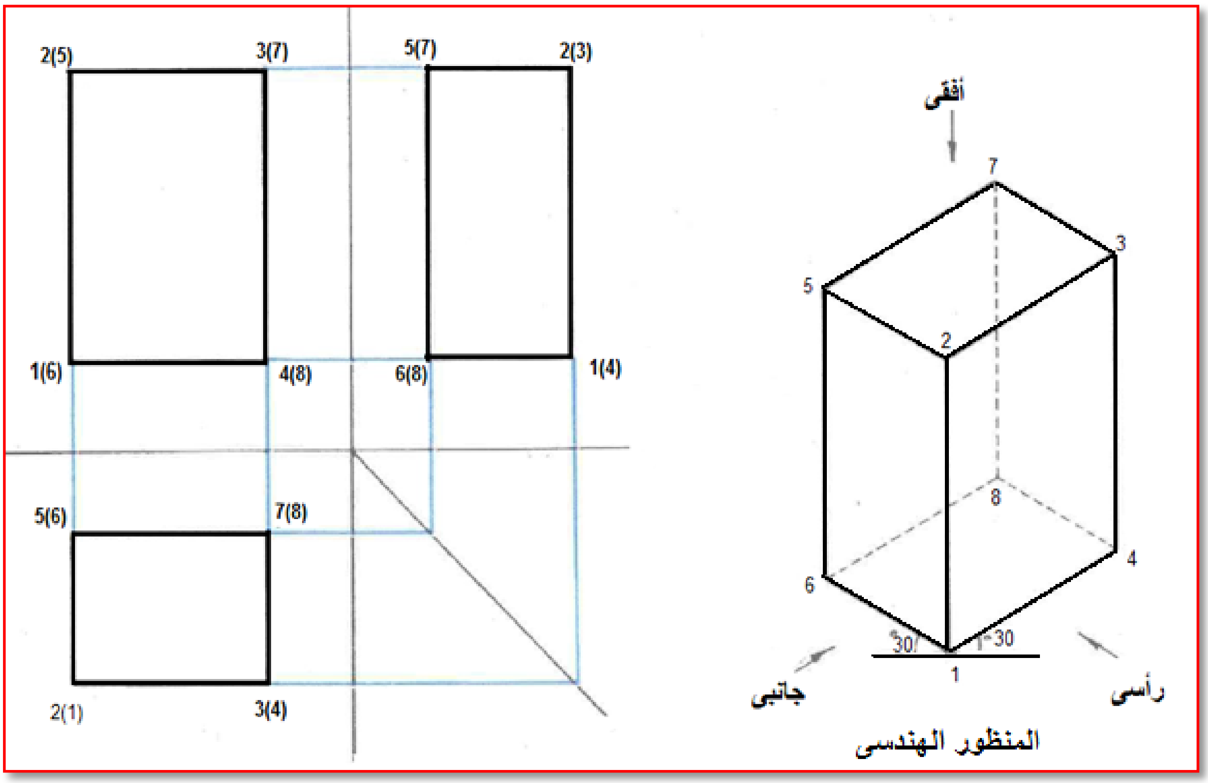
☒ وفيما يلى سوف يتم إستنتاج المساقط الثلاثة للمجسمات الهندسية البسيطة التالية :

١- مساقط متوازى المستطيلات
٢- مساقط المنشور الثلاثى
٣- مساقط المنشور السداسي
٤- مساقط الهرم الثلاثى
٥- مساقط الهرم السداسى
٦- مساقط الاسطوانة
٧- مساقط المخروط

١- مساقط متوازى المستطيلات :

المساقط الثلاثة لمتوازى المستطيلات عبارة عن : **" ثلاثة مستطيلات "**

يوضح شكل (٣- ٢٨) استنتاج المساقط الثلاثة لمتوازى مستطيلات أبعاده الطول والعرض والارتفاع هى ٤٠×٣٠×٦٠ مم على الترتيب .



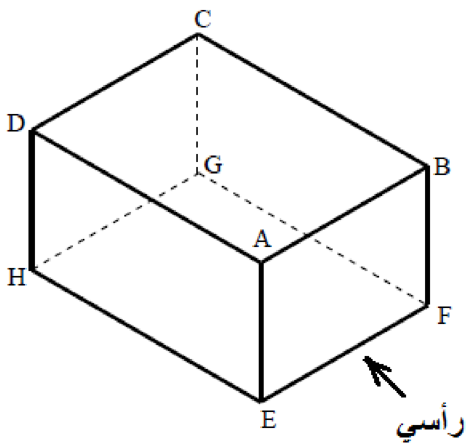
شكل (٣-٢٨) يوضح : المنظور الهندسي والمساقط الثلاثة لمتواري المستطيلات

☒ المطلوب رسم المساقط الثلاثة لمتوازى المستطيلات الموضح بشكل (٣- ٢٩) إذا علمت أن أطوال أضلاعه كالتالى :

E F = 50 mm

E H = 80 mm

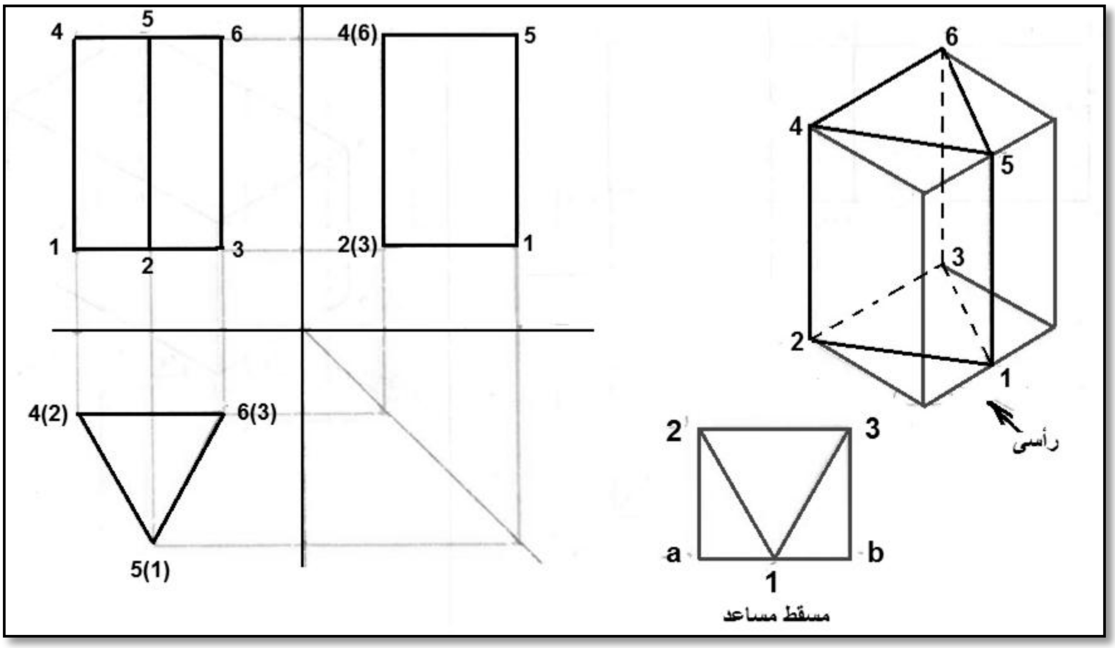
E A = 30mm



شكل (٣-٢٩)

٢- مساقط المنشور الثلاثى :

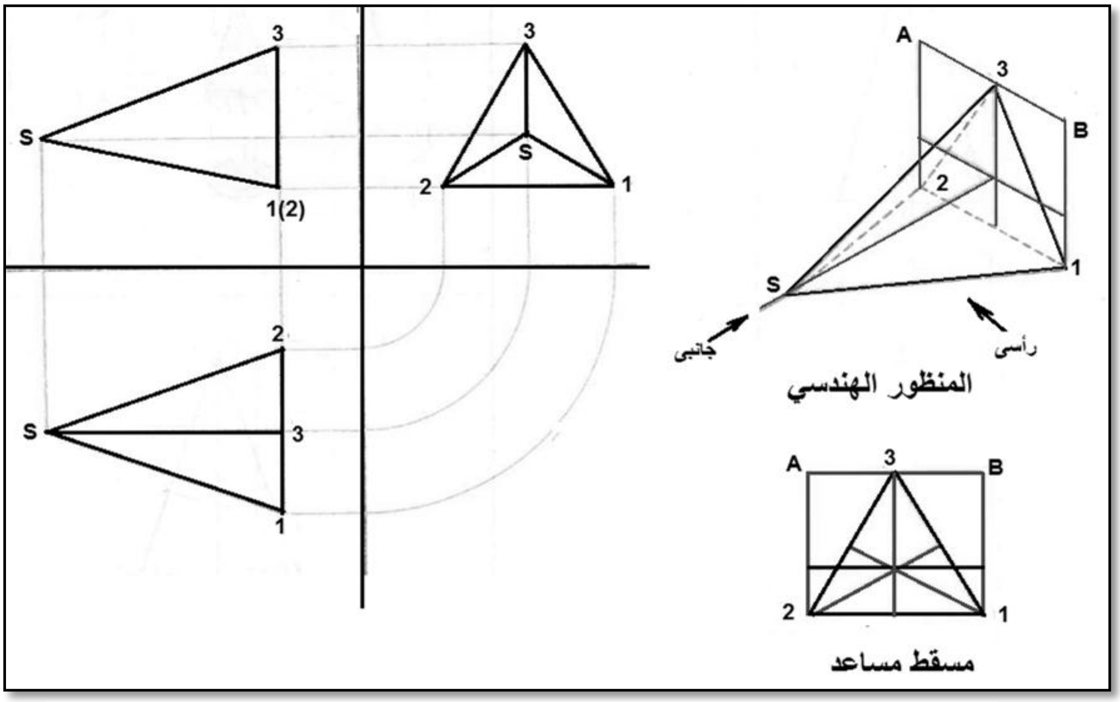
يوضح شكل (٣- ٢٨) المساقط الثلاثة لمنشور الثلاثى قاعدة على شكل مثلث متساوى الأضلاع ارتفاعه ٧٠ مم وطول ضلعه ٣٠ علماً بأن أحد أضلاع القاعدة يوازى المستوى الرأسى .



شكل (٣-٣٠) يوضح : المنظور الهندسي والمساقط الثلاثة للمنشور الثلاثى

٣- مساقط الهرم الثلاثى :

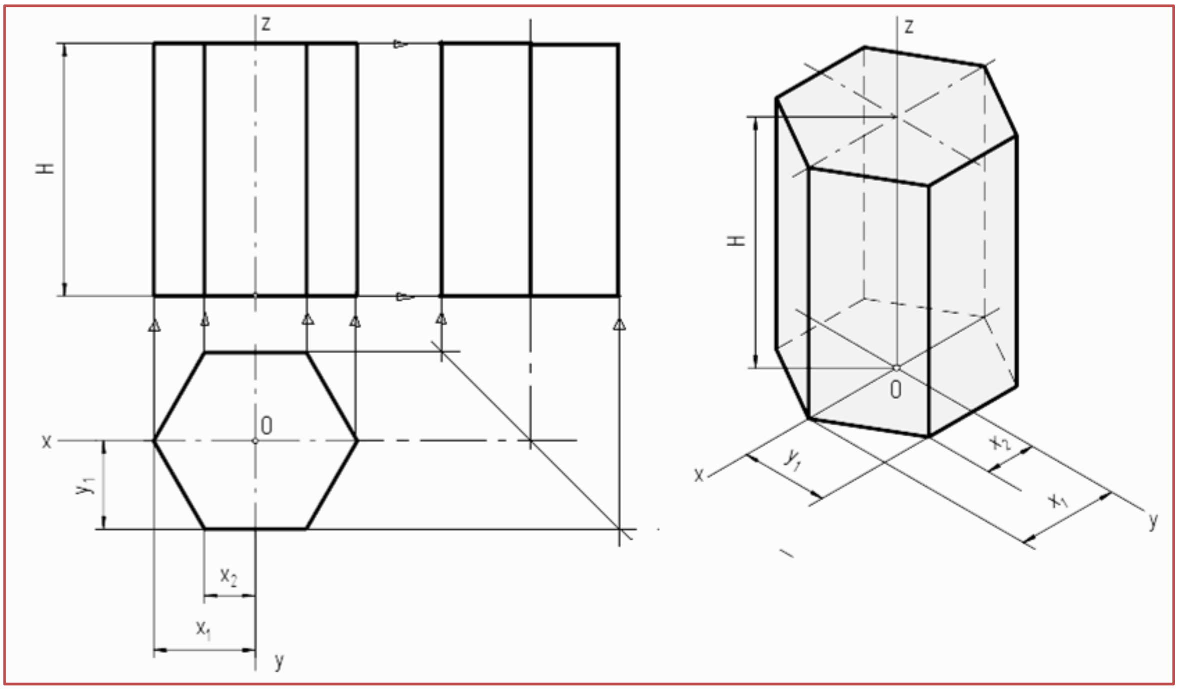
يوضح شكل(٣- ٣١) المساقط الثلاثة لهرم ثلاثى قاعدة على شكل مثلث متساوى الأضلاع ارتفاعه ٦٥ مم وطول ضلعه ٢٥ علماً بأن قاعدته توازى المستوى الجانبى وأحد أضلاع القاعدة يوازى المستوى الأفقى .



شكل (٣-٣١) يوضح : المنظور الهندسي والمساقط الثلاثة للهرم الثلاثى

٤- مساقط المنشور السداسى :

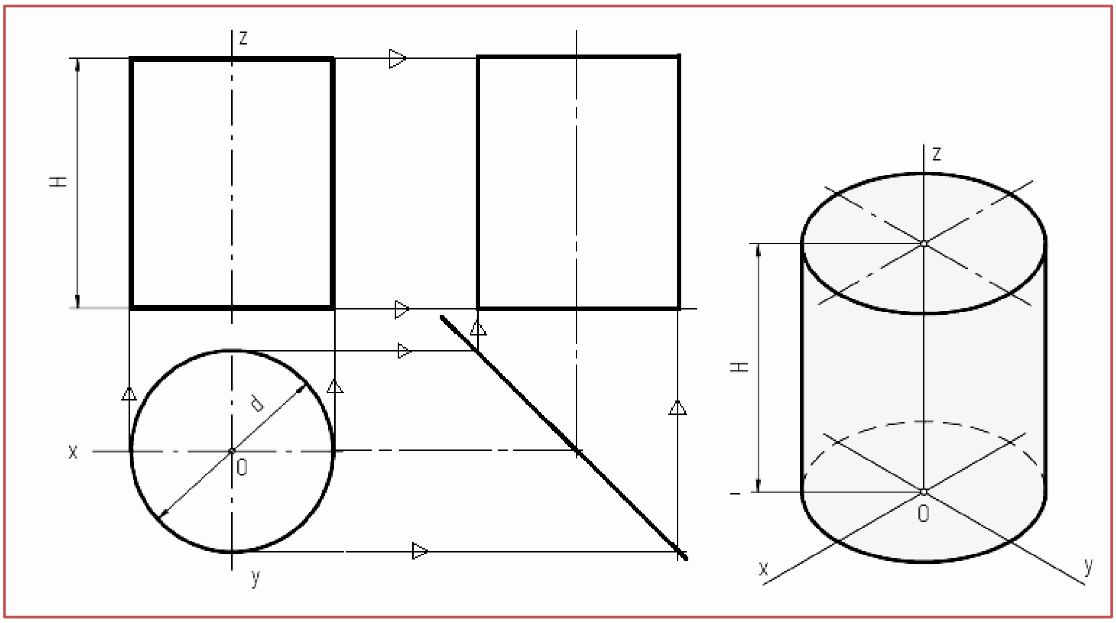
يوضح شكل (٣-٣٢) المساقط الثلاثة لمنشور سداسى طول ضلع قاعدته ٣٠ مم وإرتفاعه ٧٠ مم .



شكل (٣-٣٢) : المنظور والمساقط الثلاثة للمنشور الثلاثى

٥ - مساقط الاسطوانة :

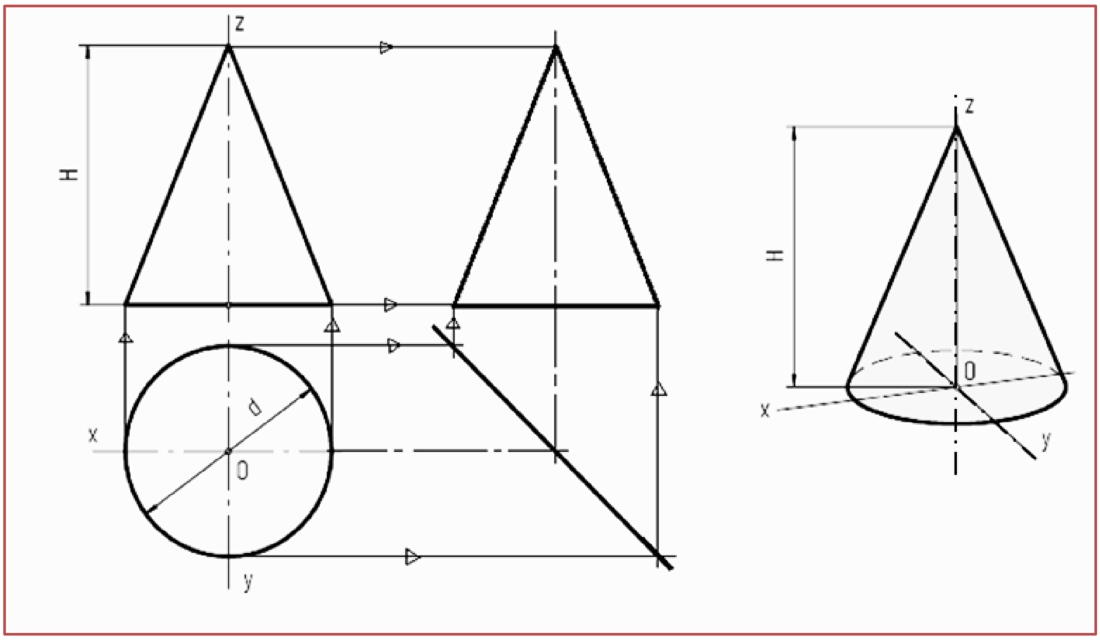
يوضح شكل (٣-٣٣) المساقط الثلاثة لإسطوانة قطرها ٤٠ مم وارتفاعها ٦٠ مم قاعدتها توازى المستوى الأفقى.



شكل (٣-٣٣) : المنظور والمساقط الثلاثة للأسطوانة

٦- مساقط المخروط :

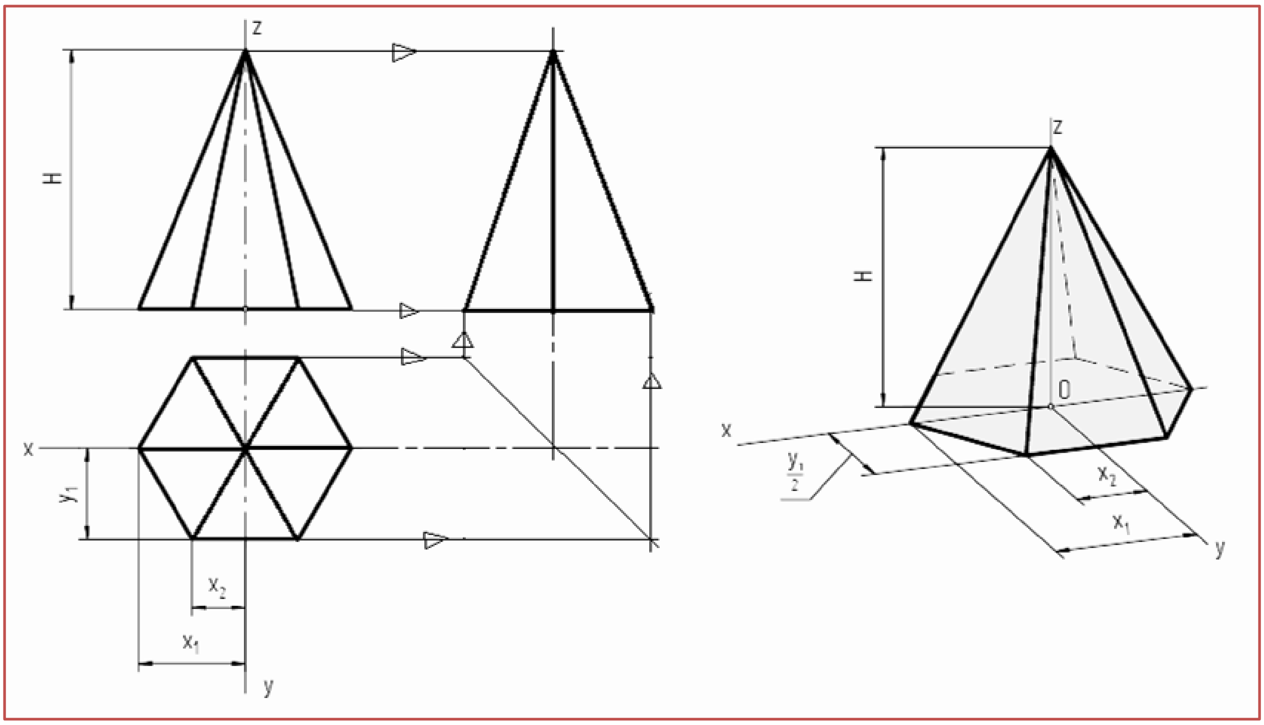
يوضح شكل (٣-٣٤) المساقط الثلاثة لمخروط قائم إرتفاعه ٦٠مم قاعدته توازى الأفقى وقطرها ٤٠ مم .



شكل (٣-٣٤) : المنظور والمساقط الثلاثة للمخروط

٧- مساقط الهرم السداسى :

يوضح شكل (٣-٣٥) المساقط الثلاثة لهرم سداسى طول ضلع قاعدته ٤٠ مم وإرتفاعه ٧٠مم .



شكل (٣-٣٥) : المنظور والمساقط الثلاثة للمنشور السداسى

تمارين على الباب الثالث

أجب عن الأسئلة التالية :

١- ارسم المساقط الثلاثة للنقطة (A) التى تبعد ٢٠ ، ٣٠ ، ٢٥مم عن المستوى الرأسى والجانبى والأفقى على الترتيب .

٢- ارسم المساقط الثلاثة للقطعة المستقيمة ab التى طولها ٦٠ مم عمودية على المسقط الأفقى وتبعد عنه ١٠مم وتبعد المستويين الرأسى والجانبى ٢٠ ، ٣٠ مم على الترتيب .

٣- ارسم المساقط الثلاثة للقطعة المستقيمة ab التى طولها ٥٠ مم الموضوعة فى الفراغ بحيث توازى المستوى الرأسى وتبعد عنه ٢٠ مم وتميل على المستوى الأفقى بزاوية ٤٥° ، ونقطة (b) هى القريبة من المستوى الأفقى وتبعد ١٥ مم ، ٢٥ مم عن المستوى الجانبى والمستوى الأفقى على الترتيب .

٤- ارسم المساقط الثلاثة للقطعة المستقيمة (m n) بمعلومية إحداثيات نقطتى البداية والنهاية لها بالجدول التالى:

احداثيات نقطتى البداية والنهاية	n	m
البعد عن المستوى الرأسى	60	60
البعد عن المستوى الجانبى	20	70
البعد عن المستوى الأفقى	30	50

٥- ارسم المساقط الثلاثة لسطح على شكل مستطيل طوله ٦٠ مم وعرضه ٤٠مم موضوع فى الفراغ بحيث يوازى المستوى الرأسى ويبعد عنه ٢٠ مم ، طوله يوازى المستوى الأفقى ويبعد عنه ٢٥مم ، وعرضه يبعد عن المستوى الجانبي ١٥ مم - ثم ارسم المنظور الهندسى ٣٠° لهذا المستطيل .

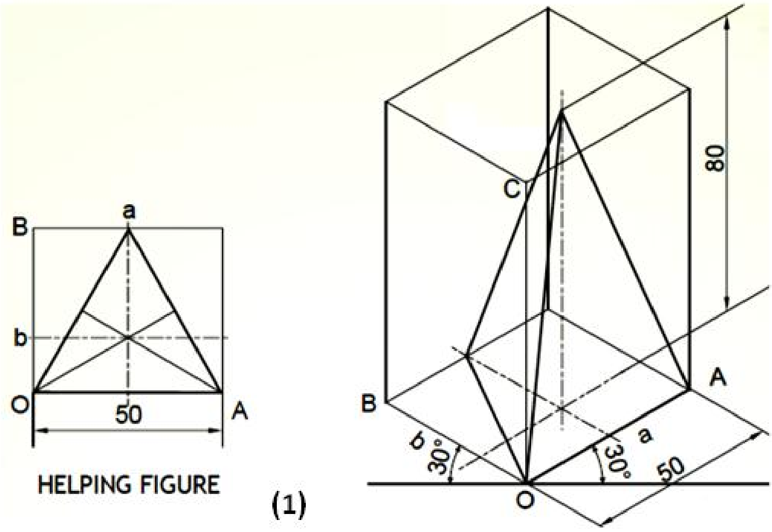
٦- ارسم المساقط الثلاثة لسطح دائرة قطرها ٣٠مم يوازى المستوى الأفقى ويبعد عنه ١٠ مم ، ومركزها يبعد ٢٠ ، ٣٠ مم عن المستوى الرأسى والمستوى الجانبى على الترتيب .

٧- ارسم المساقط الثلاثة لسطح مسدس طول ضلعه ٣٠مم يوازى المستوى الأفقى ويبعد عنه ٢٠ مم وأحد أضلاعه يوازى المستوى الرأسى ويبعد عنه ٢٥مم وأقرب نقطة من المسدس تبعد عن المستوى الجانبى ١٥مم - ثم ارسم المنظور الهندسى لهذا السطح .

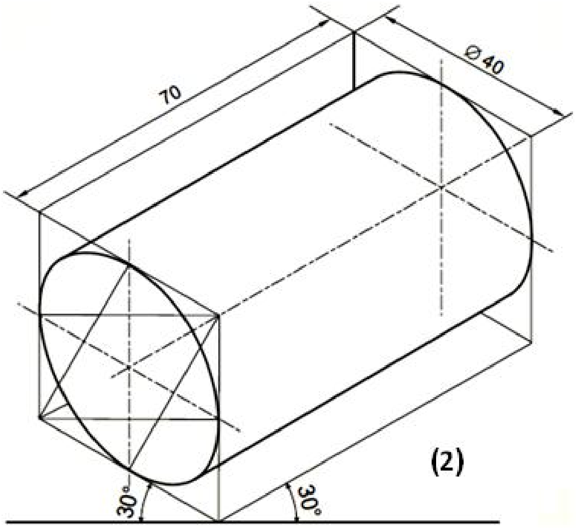
٨- ارسم المساقط الثلاثة لسطح المثلث (a b c) المتساوى الأضلاع ، الذى طول ضلعه ٥٠ مم يوازى المستوى الرأسى ويبعد عنه ٢٠مم وضلعه (b c) يوازى المستوى الأفقى ويبعد عنه ٢٥ مم ، وأقرب رأس منه للمستوى الجانبى النقطة (b) التى تبعد عنه المستوى الجانبى ١٥مم - ثم ارسم المنظور الهندسى ٣٠° .

٩- ارسم المساقط الثلاثة لسطح دائرة قطرها ٥٠ مم يوازى المستوى الأفقى ويبعد عنه ٢٠ مم ومركز الدائرة يبعد عن المستويين الرأسى والجانبى ٦٠ مم .

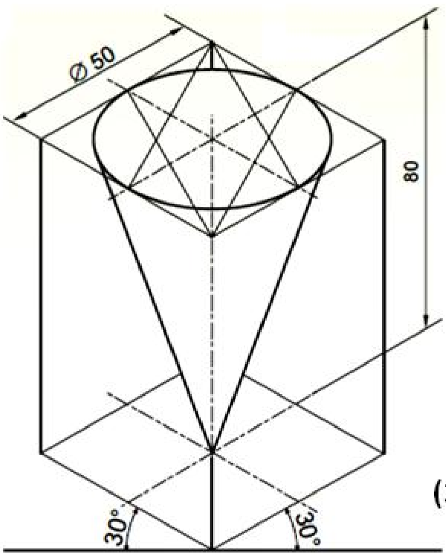
١٠ – ارسم المساقط االثلاثة للمناظير الهندسية التالية :



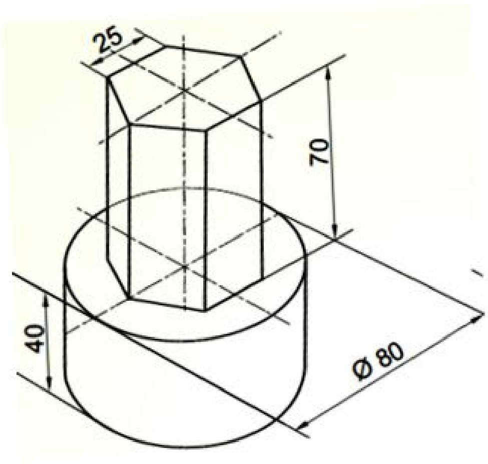
(1)



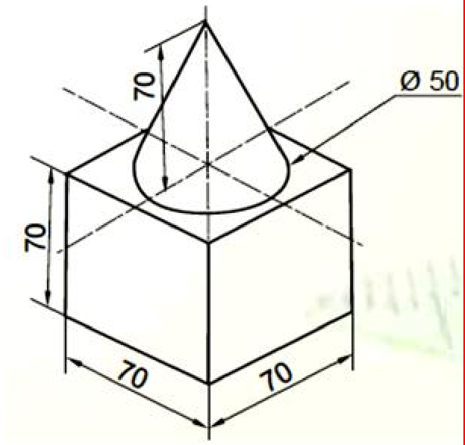
(2)



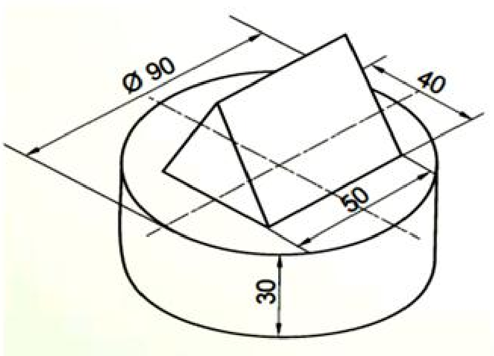
(3)


25
70
40
Ø 80

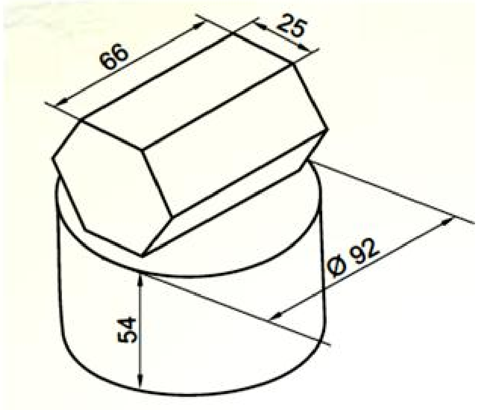
(4)


70
Ø 50
70
70
70

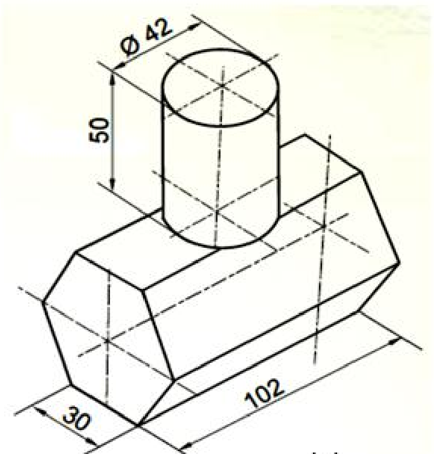
(5)


Ø 90
40
50
30

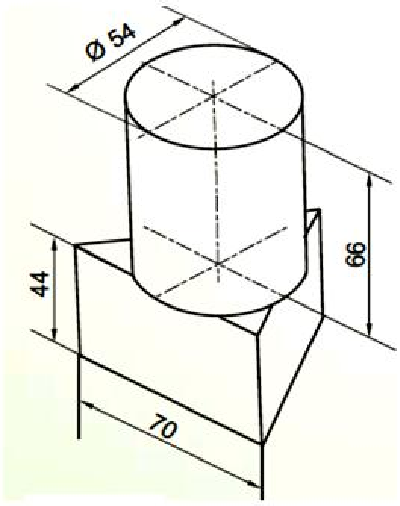
(6)


66
25
Ø 92
54

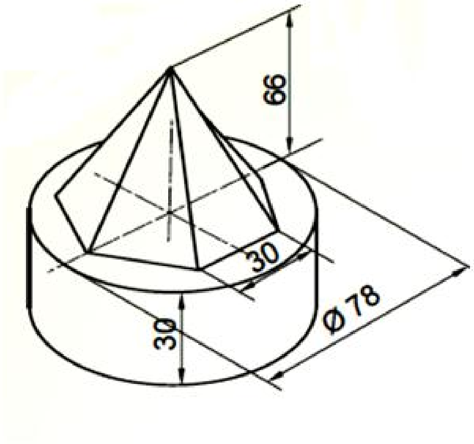
(7)


Ø 42
50
102
30

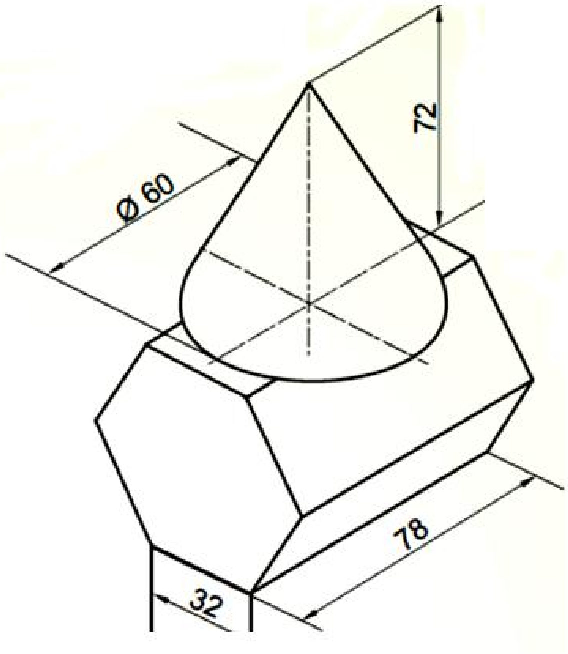
(8)


Ø 54
66
44
70

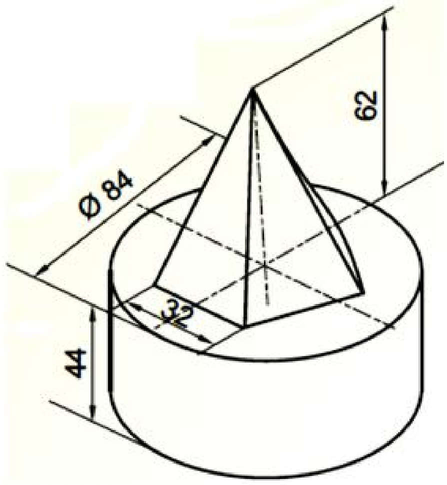
شكل (9)



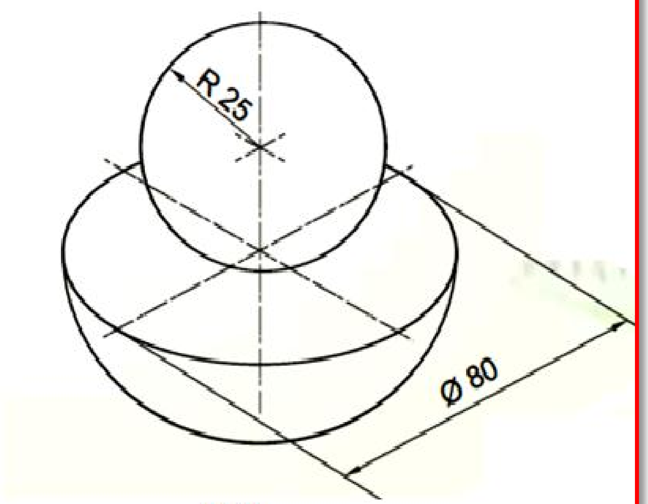
(10)



(11)



(12)



(13)